2023 共通テスト数学ⅠA

第1問

[1]

$|x+6|\leqq 2$

$\Leftrightarrow -2\leqq x+6\leqq 2$

$\therefore \underline{-8}\leqq x\leqq \underline{-4}$

これより $x=(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)$ とすると

$-8\leqq(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)\leqq -4$

$\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{3}-1}\leqq(a-b)(c-d)\leqq\frac{8}{\sqrt{3}-1}$

$\frac{2(\sqrt{3}+1)}{}$ $\underline{2+2\sqrt{3}}$ $\qquad$ $\underline{4+4\sqrt{3}}$

$(a-b)(c-d)=4+4\sqrt{3}$ …①

$ac-ad-bc+bd$

$(a-c)(b-d)=-3+\sqrt{3}$ …②

$ab-ad-bc+cd$

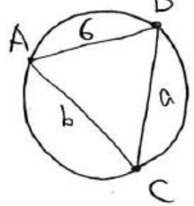
①−②より

$ac-ab+bd-cd=\underline{7+3\sqrt{3}}$

$(a-d)(c-b)$

[2]

(1)



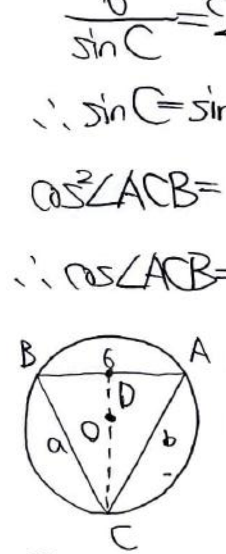
正

$\frac{6}{\sin C}=2R=10$

$\therefore \sin C=\sin\angle ACB=\frac{3}{5}$ … $\underline{0}$

$\cos^2\angle ACB=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$

$\therefore \cos\angle ACB=-\frac{4}{5}$ … $\underline{7}$



Cが鈍角のとき

$a=b$で面積最大

余 $36=a^2+a^2-2a^2\cos\angle ACB$ ($-\frac{4}{5}$)

$=\frac{2}{5}a^2$

$\therefore a^2=90 \quad \therefore a=3\sqrt{10}$

$CD=\sqrt{a^2-3^2}=9 \quad \therefore OD=4$

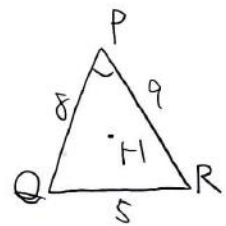
$\tan\angle OAD=\frac{4}{3}$ … $\underline{4}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}a^2\cdot\frac{3}{5}$

$=\underline{27}$

Cが鋭角ならOが小さくなるので△ABCは最大にならない．

(2)



余 $\cos\angle QPR=\frac{64+81-25}{2\cdot8\cdot9}=\underline{\frac{5}{6}}$

$\sin\angle QPR=\frac{\sqrt{11}}{6}$

$\triangle PQR=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 9\cdot\frac{\sqrt{11}}{6}=\underline{6\sqrt{11}}$

球の中心Oとおくと $OT=5$ となる．

T, O, Hが一直線上にあるべきなので

Hは△PQRの外心．

$PH=QH=RH$ … $\underline{6}$

正

$\frac{5}{\sin\angle QPR}=2PH$

$\therefore PH=\frac{5}{2}\cdot\frac{6}{\sqrt{11}}=\frac{15}{\sqrt{11}}$

$OH=\sqrt{25-\frac{225}{11}}=\sqrt{\frac{50}{11}}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$

(三角錐TPQR)

$=6\sqrt{11}\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{11}}+5\right)\times\frac{1}{3}$

$=10\sqrt{2}+10\sqrt{11}=\underline{10(\sqrt{11}+\sqrt{2})}$

第2問

[1]

(1) 52市は13, 13, 13, 13に分ける．

Q_1が含まれるのは1800〜2200 … $\underline{2}$

Q_3が含まれるのは3000〜3400 … $\underline{5}$

$800<Q_3-Q_1<1600$ … $\underline{0}$

(2) (i) $\underline{2}$ (ii) $\underline{2}$

(3)

$r=\frac{124000}{590\cdot570}$

$=\frac{1240}{59\cdot57}$

$=0.3687$

$\fallingdotseq 0.37$ … $\underline{7}$

[2]

(1)

$C: y=ax^2+bx+3$

$\downarrow$ M(4,3)と-3

$3=16a+4b+3 \quad \therefore b=-4a$

$\therefore y=ax^2-4ax+3$

$=a(x-2)^2-4a+3$

シュートの高さ

$2<2-\frac{1}{8p}$ より 2

(2)

$C: y=ax^2-4ax+3$

$\downarrow$ D($\underset{\frac{19}{5}}{3.8}$, $3+\frac{\sqrt{3}}{15}$)と-3

$3+\frac{\sqrt{3}}{15}=\frac{361}{25}a-\frac{76}{5}a+3$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{15}=\frac{-19}{25}a$

$\Leftrightarrow a=-\frac{\cancel{25}^{5}}{19}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{15}_{3}}=-\frac{5\sqrt{3}}{57}$

$-4a+3=\underbrace{\frac{20\sqrt{3}}{57}}_{\fallingdotseq 0.6}+3>3.4$

よりプロの方が高い。0

ボルは分高い…0

第3問

(1)

n(図B)$=5\cdot4\cdot4\cdot4=320$

(2)

n(図C)$=5\cdot4\cdot3=60$

(3)

n(図D, 赤2回)

$=1\cdot4\cdot3\cdot{}_4C_2=72$

(4)

n(図E, 赤3回, 青2回)

$=3\times\frac{5!}{3!2!}=30$

$\boxed{\text{1は残りの色}}$

(5)

コ…2

n(図D)$=320-60=260$

(6)

n(図G)

$=5\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4-260=1020$

第4問

$22\,)\,110\,)\,462$ (商 5, 4)

$110 \quad 440$

$0 \quad 22$

$\gcd(462,110)=22$

(最大素数公約数)$=11$

$22\cdot$(最小公倍数)$=462\cdot110$

$\therefore l=462\times5=2310$

$|462x-110y|$

$=|22(21x-5y)|$

$=22 \quad (x=1, y=4)$

$110y-462x=22$

$\Leftrightarrow 5y-21x=1$

$\downarrow$

$\begin{cases} x=5k-1 \\ y=21k-4 \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$

$x=4$, (横)$=462\times4$

$=1848$ で最小

$22\,)\,44\,)\,110\,)\,154$ (商 2, 2, 1)

$88 \quad 110$

$22 \quad 44$

$22\cdot l=110\cdot154$

$\therefore l=154\cdot5=770$

$99\,)\,363\,)\,462$ (商 3, 1)

$297 \quad 363$

$66 \quad 99$

$\gcd(462,363)=33$

33の倍数かつ770の倍数で最小は

$11\,)\,33 \quad 770$

$3 \quad 70$

$l=11\cdot3\cdot70=2310$

(正方形の一辺)$=2310k$ とすると

$462x+363z=2310k$

$\Leftrightarrow 14x+11z=70k$

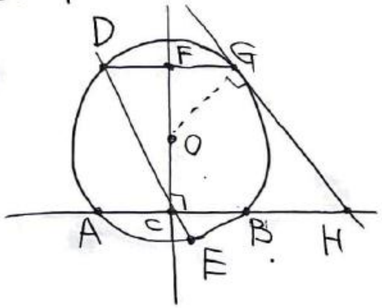
$\begin{cases} x=11s+5k \\ y=-14s \end{cases} \quad \begin{pmatrix} s\in\mathbb{Z} \\ k\in\mathbb{N} \end{pmatrix}$

min $k=3$ そのとき $s=-1$

最小の一辺は $2310\times3=6930$

第5回

(1)



$\angle OEH = \underline{90^\circ}$ を示す.

C, G, H, O … ③

は同一円周上.

$\angle CHG = \angle FOG$ … ④

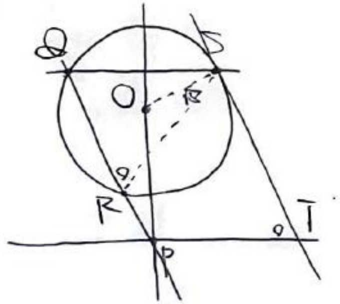
$\angle FOG = \frac{1}{2}\angle DOG$

$= \angle PEG$ … ③

$\therefore \angle CHG = \angle PEG$

C, G, H, E … ②

(2)



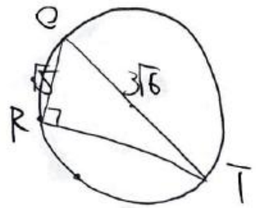
$\angle PTS = \angle QRS$ … ③

5点Q, R, P, T, Sは

同一円周上とわかる.

(直径) $= QT = 3\sqrt{6}$

(半径) $= \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$



$RT = \sqrt{(3\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \underline{7}$