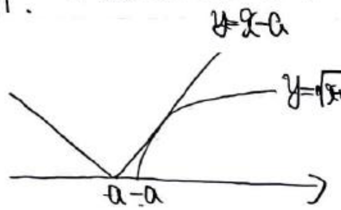
2021 埼玉医科大（前期）

$\boxed{1}$

問1. 接するときを考える。



$x-a=\sqrt{x+a}$　2乗

$x^2-2ax+a^2=x+a$

$x^2-(2a+1)x+a^2-a=0$

$D=(2a+1)^2-4(a^2-a)$

$=8a+1=0 \Leftrightarrow a=-\frac{1}{8}$

$\underline{k=-\frac{1}{8}}$ // 　$a=-\frac{1}{8}$ のとき

共有点 $\underline{1コ}$ //, $a>-\frac{1}{8}$ のとき

$\underline{2コ}$ //　$a<-\frac{1}{8}$ のとき $\underline{0コ}$ //

問2.

$\frac{2b}{3a}>0,\ \frac{9a}{8b}>0$

（相加平均）≧（相乗平均）より

$\frac{2b}{3a}+\frac{9a}{8b}+\tan\alpha \geqq 2\sqrt{\frac{2b}{3a}\cdot\frac{9a}{8b}}+\tan\alpha$

$=\sqrt{3}+\tan\alpha=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \tan\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\underline{\alpha=\frac{5}{6}\pi}$ //

等号成立は $\frac{2b}{3a}=\frac{9a}{8b} \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2}=\frac{27}{16}$

つまり $\frac{b}{a}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ のとき。

$\tan(\alpha+\beta)$

$=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$=\frac{-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{3\sqrt{3}}{4}}{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\frac{3\sqrt{3}}{4}}$

$=\frac{\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\sqrt{3}}{\frac{7}{4}}$

$=\underline{\frac{5\sqrt{3}}{21}}$ //

$\boxed{2}$

$f(x)=\int_x^{x+a}\underbrace{(t^4-4)}_{g(t)}dt$

$=G(x+a)-G(x)$

問1.

$f'(x)$

$=g(x+a)-g(x)$

$=(x+a)^4-4-x^4+4$

$=\{(x+a)^2-x^2\}\{(x+a)^2+x^2\}$

$=a(\underline{2}x+\underline{1\cdot a})(\underline{2}x^2+\underline{2a}x+\underline{1\cdot a^2})$

問2.

$f'(x)=0$

$\Leftrightarrow 2x+a=0$　$\therefore x=\underline{-\frac{1}{2}a}$ //

問3.

$a=2$ のとき

x	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↗

（$f(x)$ の最小値）

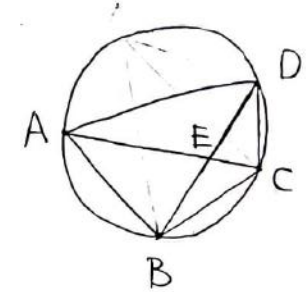
$=\int_{-1}^{1}(t^4-4)dt$

$=2\int_0^1(t^4-4)dt$

$=2\left[\frac{1}{5}t^5-4t\right]_0^1$

$=\underline{\frac{-38}{5}}$ //

$\boxed{3}$



問1 正弦定理

$\frac{BD}{\sin 60^\circ}=2\cdot 1$

$\therefore BD=\underline{\sqrt{3}}$ //

$AB=2x,\ AD=3x$ とする。

余弦定理より

$BD^2=4x^2+9x^2-12x^2\underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}}$

$3=7x^2$

$\therefore x=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$AB=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\underline{\frac{2\sqrt{21}}{7}}$ //

問3. ← 先に解いてしまった

$\triangle ABD$

$=\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot 3x\cdot\sin 60^\circ$

$=3x^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{7}=\underline{\frac{9\sqrt{3}}{14}}$ //

問2.

△ABDで正弦定理

$$\frac{\frac{2\sqrt{21}}{7}}{\sin\angle ADB}=2$$

$$\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\therefore \cos\angle ADB=\frac{\sqrt{28}}{7}$$

△AEDに余弦定理

$$AE^2=\left(\frac{3\sqrt{21}}{7}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{7}\right)^2-2\cdot\frac{3\sqrt{21}}{7}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{7}\cdot\underbrace{}_{\cos\angle ADB}$$

$$=\frac{108}{49}$$

$$\therefore AE=\frac{6\sqrt{3}}{7}$$ //

問4. 方べきの定理より

$$\frac{6\sqrt{3}}{7}\cdot EC=\frac{4\sqrt{3}}{7}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore EC=\frac{2\sqrt{3}}{7}$$

$AE:EC=3:1$ より

$$\triangle BCD=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{3\sqrt{3}}{14}$$ //

$\boxed{4}$

問1.

$$S_{n+2}=\underline{1}\cdot S_{n+1}+\underline{2}S_n$$ //

問2

$$S_{n+2}+S_{n+1}=2(S_{n+1}+S_n)$$

$\alpha=\underline{-1}$, $\beta=\underline{2}$ //

問3

$$S_{n+1}+S_n=(S_2+S_1)2^{n-1}$$

$$\therefore a_n=2^n$$ //

また

$$S_{n+2}-2S_{n+1}=-(S_{n+1}-2S_n)$$

とできるので

$$S_{n+1}-2S_n=(S_2-2S_1)(-1)^{n-1}$$

$$b_n=(-1)^n$$ //

問4.

$$S_{n+1}+S_n=2^n$$

$$-)\ S_{n+1}-2S_n=(-1)^n$$

$$3S_n=2^n-(-1)^n$$

$$\therefore S_n=\frac{2^n-(-1)^n}{3}$$

$$\frac{2^n-(-1)^n}{3}>10000$$

$$\Leftrightarrow 2^n-(-1)^n>30000$$

$$2^{10}=1024$$

$$2^{15}=1024\cdot 32$$

$$=32768$$

15日目に初めて1万人を超える. //