2021 共通テスト 数学ⅡB

第1問

[1]

(1)

$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

より

$y = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ で最大値 2.

(2)

(i) $p = 0$ のとき

y は $\theta = \frac{\pi}{2}$ で最大値 1

(ii)

$y = \sqrt{1+p^2}\left(\cos\theta \cdot \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} + \sin\theta \cdot \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\right)$

$= \sqrt{1+p^2}\left(\cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha\right)$

$= \sqrt{1+p^2}\cos(\theta - \alpha)$

キ…⑨ ク…① ケ…③

$\theta = \alpha$ …① で $\max y = \sqrt{1+p^2}$

サ…⑨

(iii)

$-\alpha \leqq \theta - \alpha \leqq \frac{\pi}{2} - \alpha$

より $p < 0$ のとき $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ となる.

$\theta = \frac{\pi}{2}$ …② で $\max y = 1$

ス…①

[2]

(1) $f(0) = 1$, $g(0) = 0$

$x = 0$ で $\min f(x) = 1$

$\frac{2^x - 2^{-x}}{2} = -2$

$\Leftrightarrow (2^x)^2 + 4\cdot 2^x - 1 = 0$

$\therefore 2^x = -2 + \sqrt{5}$ $(2^x > 0)$

$\therefore x = \log_2(\sqrt{5} - 2)$

(2)

$f(-x) = f(x)$ ト…⓪

$g(-x) = -g(x)$ ナ…③

$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 1$

$g(2x) = 2f(x)g(x)$

(3) $\alpha = 0, \beta = 0$ を代入して成り立たないものを探す. (B)だけ成立.

ネ…①

第2問

(1)

ア…3

$(0, 3)$ での接線は

$y = 2x + 3$

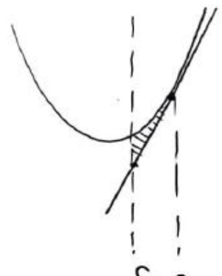
エ…④

$y = ax^2 + bx + c$ の $(0, c)$ での接線は

$y = bx + c$

↓ x 軸との交点

$0 = bx + c \Leftrightarrow x = -\frac{c}{b}$



$-\frac{c}{b}$ 0

$S = \int_{-\frac{c}{b}}^{0} ax^2\,dx$

$= \frac{a}{3}\left(\frac{c}{b}\right)^3$ ← $\frac{1}{3}$ 公式

$= \frac{ac^3}{3b^3}$

$a = 1$ のとき

$c^3 = 35b^3$

$\therefore c = (35)^{\frac{1}{3}} b$ セ…⓪

(2)

ソ…5

$y = 3x + 5$

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ の $(0, d)$ での接線は

$y = cx + d$

$h(x) = ax^3 + bx^2$

$= x^2(ax + b)$

$f(x)$ と $g(x)$ の交点は $x = -\frac{b}{a}, 0$

$h'(x) = 3ax^2 + 2bx$

$= x(3ax + 2b)$

$x = \frac{-2b}{3a}$ のとき $|h(x)|$ が最大

第3問

(1)

Xは$B(100, 0.5)$に従う.

$E(X)=100\times 0.5=50$

$\sqrt{V(X)}=\sqrt{100\times 0.5\times 0.5}=5$

(2) P_5

$=P(X\leqq 36)$

$=P\left(\frac{X-50}{5}\leqq\frac{36-50}{5}\right)$

$=P(Z\leqq -2.8)$

$=0.5-0.4974$

$=0.0026\fallingdotseq 0.003$ オ…①

$p=0.4$のとき

$E(X)=40$,

$\sqrt{V(X)}=\sqrt{100\times 0.4\times 0.6}=2\sqrt{6}$

P_4

$=P(X\leqq 36)$

$=P\left(\frac{X-40}{2\sqrt{6}}\leqq\frac{36-40}{2\sqrt{6}}\right)$

$=P\left(Z\leqq -\frac{2}{\sqrt{6}}=-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

$\fallingdotseq 0.816$

$\therefore P_4>P_5$ カ…②

(3)

$Z=\left|\frac{m-204}{\frac{150}{\sqrt{100}}}\right|\leqq 1.96$

$\Leftrightarrow |m-204|\leqq 15\times 1.96$

$\Leftrightarrow 204-15\times 1.96\leqq m\leqq 204+15\times 1.96$

$C_1+C_2=408$

$C_2-C_1=30\times 1.96$

$=58.8$

$$\begin{array}{r} 19.6 \\ \times\ 3 \\ \hline 58.8 \end{array}$$

信頼区間なので ス…③

(4)

セ…③ ← まったく関連がないので

(5)

2つは標本平均の違いので

正しいのは②, ④

第4問

(1) $a_n=3+(n-1)p$

$b_n=3r^{n-1}$

$ra_n-2a_{n+1}+3r=0$

$\Leftrightarrow 2a_{n+1}=r(a_n+3)$

$2(3+np)=r(3+(n-1)p+3)$

$\Leftrightarrow (2-r)np=r(6-p)-6$

$\therefore (r-2)np=r(p-6)+6$

↓

$r=2,\ p=3$

(2)

$\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}(3k)$

$=\frac{3}{2}n(n+1)$

$\sum_{k=1}^{n}b_k=\frac{3-3\cdot 2^n}{1-2}$

$=3(2^n-1)$

(3)

$(a_n+3)c_{n+1}=4a_{n+1}c_n$

$\therefore c_{n+1}=\frac{4a_{n+1}}{a_n+3}c_n$ $p=3$

$=\frac{4(3n+3)}{3n+3}c_n$

$=4c_n$ タ…②

(4)

$d_{n+1}=\frac{2}{q}(d_n+u)$

$q>2,\ u=0$ ならよい, 簡単.

第5問

(1)

$\angle A_1C_1B_1=36^\circ$ $\overrightarrow{A_1A_2}=a\overrightarrow{B_1B_2}$

$a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow 2a-1=\sqrt{5}$

↓

$4a^2-4a-4=0$

$\therefore a^2-a-1=0$

$\therefore a^2-a=1$ $\therefore \frac{1}{a}=a-1$

(2)

$|\overrightarrow{A_1A_2}|^2=a^2=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2}=1\cdot 1\cdot\cos 144^\circ$

$=-\cos 72^\circ$

$=-\frac{\sqrt{5}-1}{4}=\frac{1-\sqrt{5}}{4}$

$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OB_2}$

$=\overrightarrow{OA_1}\cdot(\overrightarrow{OA_3}+a\overrightarrow{OA_2})$

$=\frac{1-\sqrt{5}}{4}+a\frac{1-\sqrt{5}}{4}$

$=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{4}$

$=\frac{-2-2\sqrt{5}}{8}$

$=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ シ…⑨

$\overrightarrow{OB_1}\cdot\overrightarrow{OB_2}=0$ ス…⓪ セ…⓪