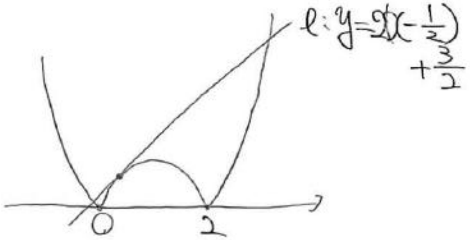
2019 帝京大(医) ①

[1]

$y=2|x(x-2)|$

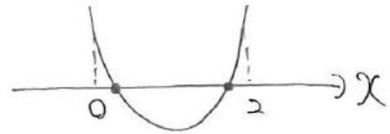


$m: y=-\frac{1}{2}x+b$

これが $y=2x^2-4x$ と $x<0,\ 2<x$ で異なる2つの解をもつ.

$2x^2-4x=-\frac{1}{2}x+b$

$\Leftrightarrow 2x^2-\frac{7}{2}x-b=0$



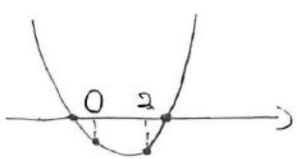
条件は

$\begin{cases} -b<0 \\ 1-b<0 \end{cases}$ $\therefore b>1$

また $y=-2x^2+4x$ と $0<x<2$ で異なる2つの解をもつ.

$-2x^2+4x=-\frac{1}{2}x+b$

$\Leftrightarrow 0=2x^2-\frac{9}{2}x+b$

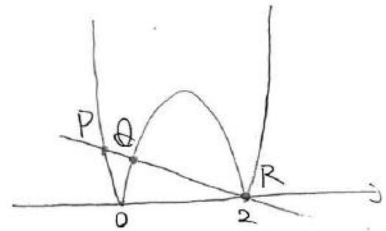


条件は

$\begin{cases} b>0 \\ -1+b>0 \\ D=\frac{81}{4}-8b>0 \end{cases}$

$\therefore \underline{1<b<\frac{81}{32}}$

(2) $n: y=-\frac{1}{2}x+1$



n と $y=2x^2-4x$ を連立.

$2x^2-4x=-\frac{1}{2}x+1$

$\Leftrightarrow 2x^2-\frac{7}{2}x-1=0$

$\Leftrightarrow 4x^2-7x-2=0$

$\Leftrightarrow (4x+1)(x-2)=0$

Pのx座標は $\underline{x=-\frac{1}{4}}$

(PQとGで囲まれた面積)

$=\int_{-\frac{1}{4}}^{0}\{-\frac{1}{2}x+1-(2x^2-4x)\}dx$

$+\int_{0}^{Qのx座標}\{-\frac{1}{2}x+1-(-2x^2+4x)\}dx$

ここで $y=-\frac{1}{2}x+1$ と $y=-2x^2+4x$ を連立して $x=\frac{1}{4},2$

$=\int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}}(-\frac{1}{2}x+1)dx$

$+\left[-\frac{2}{3}x^3+2x^2\right]_{-\frac{1}{4}}^{0}+\left[\frac{2}{3}x^3-2x^2\right]_{0}^{\frac{1}{4}}$

$=\cdots=\underline{\frac{1}{4}}$

(QRとGで囲まれた面積)

$=\frac{2}{6}\{2-\frac{1}{4}\}^3$ $\boxed{\frac{1}{6}公式}$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{7}{4}\right)^3=\underline{\frac{343}{192}}$

[2]

(1) $|\vec{a}+2\vec{b}|^2=16+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=76$

$-)\ |2\vec{a}+\vec{b}|^2=64+4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=49$

$-48+3|\vec{b}|^2=27$

$\therefore |\vec{b}|^2=25$

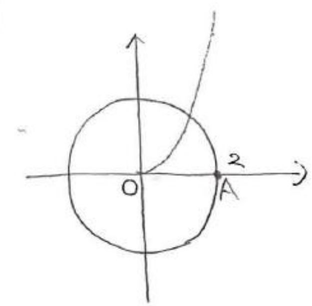
$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=-10$

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{16\cdot25-100}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{300}=\underline{5\sqrt{3}}$

(2)



$QO^2=QR^2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}p^2+4=(t-\frac{1}{2}p)^2+(t^2-2)^2$

$\Leftrightarrow 0=t^2-tp+t^4-4t^2$

$\therefore t^3+\underline{(-3)}t+\underline{(-1)}p=0$

$\cos(3\angle SOA)$

$=4\cos^3\angle SOA-3\cos\angle SOA$

$=4\left(\frac{t}{2}\right)^3-3\frac{t}{2}$

$=\frac{1}{2}(t^3-3t)=\underline{\frac{1}{2}p}$

$\angle POA=\frac{1}{3}\pi$ のとき $p=1$

$3\angle SOA=\frac{\pi}{3}$

$\therefore \angle SOA=\underline{\frac{\pi}{9}}$

[3]

(1)

$$a=\log_7 7^{-2}+4\cdot\frac{\log_7\sqrt{5}}{\log_7 49}$$

$$=\log_7\frac{1}{49}+\log_7 5$$

$$=\log_7\frac{5}{49}$$

$$7^a=\frac{5}{49}$$

(2) $3^x=t$ とおく.

$$y=t^2+6-8t+\frac{1}{t^2}-8\frac{1}{t}$$

$$=\left(t+\frac{1}{t}\right)^2+4-8\left(t+\frac{1}{t}\right)$$

$$=u^2-8u+4 \quad \left(u=t+\frac{1}{t}\right)$$

$$=(u-4)^2-12$$

$t>0,\ \frac{1}{t}>0$ (相加平均)≥(相乗平均)

より $u\geqq 2\sqrt{t\cdot\frac{1}{t}}=2$

$u=4 \iff t+\frac{1}{t}=4$

$\iff t^2-4t+1=0$

$\iff t=2\pm\sqrt{3}$

最小値は -12, そのとき大きい方の x は $x=\log_3(2+\sqrt{3})$

(3)

$$3\,)\underline{2019}$$
$$673$$

$$7x+11y=2019$$

$$-)\ 7(2\cdot 673)+11\{(-1)673\}=2019$$

$$7(x-2\cdot673)+11(y+673)=0$$

$$\iff 7(x-2\cdot673)=11(-y-673)=0$$

$$\begin{cases} x=11k+2\cdot673>0 \\ y=-7k-673>0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k>\frac{-2\cdot673}{11} \\ 7k<-673 \end{cases}$$

$$\therefore -\underbrace{\frac{2\cdot673}{11}}_{\fallingdotseq -122.3}<k<-\underbrace{\frac{673}{7}}_{\fallingdotseq 96.1}$$

$$55\,)\overline{67300}=122.3$$
55
123
110
130
110
200

$$7\,)\overline{673}=96.1$$
63
43
42
10

$\therefore -122\leqq k\leqq -97$

つまり 26コ

$k=-97$ のとき $\max x=279$

[4]

(1) $2a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$

(解)

$$2\alpha^2-\alpha-1=0$$

$$\iff \alpha=-\frac{1}{2},\ 1$$

↓

$a_n=C_1+C_2\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ とおく

$$a_1=C_1+C_2=1$$

$$-)\ a_2=C_1-\frac{1}{2}C_2=2$$

$$\frac{3}{2}C_2=-1$$

$$\therefore C_2=-\frac{2}{3}$$

$$C_1=\frac{5}{3}$$

$$a_n=\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$a_6=\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{32}\right)$$

$$=\frac{80}{48}+\frac{1}{48}=\frac{81}{48}=\frac{27}{16}$$

$$b_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$a_n=1+\frac{2}{3}\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$$

(2)

(i) 西西西西日水水水水水

$4!\times5!$

水水水水水日西西西西

$5!\times4!$

以上より $5!\times4!\times2=5760$ 通り

(ii)

西西??????西西

$4!\times6!=17280$ 通り