# 2019 埼玉医科大(後期)

## 1

問1.

$(a+b+x)^2+(-2a+3b+y)^2=0$

$\iff x=-a-b,\ y=2a-3b$

(i) $x+y=5$ のとき

$3x+4y=1$
$3x+3y=15$

$\hookrightarrow x=19,\ y=-14$

$\downarrow$

$\begin{cases} -a-b=19 \\ 2a-3b=-14 \end{cases}$　解くと $a=\dfrac{-71}{5}$, $\underline{b=\dfrac{-24}{5}}$ //

(ii) $x+y=-5$ のとき

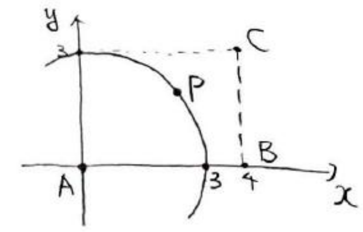
$3x+4y=1$
$3x+3y=-15$

$\hookrightarrow x=-21,\ y=16$

$\downarrow$

$\begin{cases} -a-b=-21 \\ 2a-3b=16 \end{cases}$　解くと $a=\dfrac{79}{5}$, $\underline{b=\dfrac{26}{5}}$ //

問2.




$x=3\cos\theta,\ y=3\sin\theta$ とおく.

$L$
$=9+(4-3\cos\theta)^2+9\sin^2\theta$
$\quad+(4-3\cos\theta)^2+(3-3\sin\theta)^2$
$\quad+9\cos^2\theta+(3-3\sin\theta)^2$
$=18+2\{(4-3\cos\theta)^2+(3-3\sin\theta)^2\}$
$=18+2(25-24\cos\theta-18\sin\theta+9)$
$=86-12(3\sin\theta+4\cos\theta)$
$=86-60\sin(\theta+\alpha)$

$\theta$が任意なので

$\min L=\underline{26}$ //

$\max L=\underline{146}$ //

問3.

$f(x+h)=f(x)+f(h)+8xh+6$

$\iff \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=8x+\dfrac{f(h)+6}{h}$

また与式に $x=y=0$ を代入で

$f(0)=-6$

より

$\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=8x+\dfrac{f(h)-f(0)}{h-0}$

$\downarrow h\to 0$

$f'(x)=8x+f'(0)$
$\quad=\underline{8x+a}$ //

$f(x)=4x^2+ax\underline{-6}$ //

$f(x)=0$ の解が $x=-\dfrac{3}{4}, 2$ より

$f(2)=2a+10=0$

$\therefore a=\underline{-5}$ //

別 天下り的な解き方ですが $f(x)$ が2次関数であることがわかっているなら与式を両辺 $x$ で微分して

$f'(x+y)=f'(x)+8y$

として $f'(x)=8x+a$ であることがわかります.

## 2

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}4\\0\\-3\end{pmatrix}$　$\overrightarrow{e_1}=\begin{pmatrix}\frac{4}{5}\\0\\-\frac{3}{5}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix}$　$\overrightarrow{e_2}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

問1

$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=(5\cos t)\overrightarrow{e_1}+(5\sin t)\overrightarrow{e_2}$

$\downarrow$

$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|^2=25\cos^2 t+25\sin^2 t$
$\quad=25$

$\therefore |\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|=5$

Pは中心 $\underline{(0,0,3)}$ //, 半径 $\underline{5}$ //

問2,

$\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix}0\\0\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\cos t\\0\\-3\cos t\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\5\sin t\\0\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}4\cos t\\5\sin t\\3-3\cos t\end{pmatrix}$

$\downarrow$ yz平面におろす.

$Q(0,5\sin t,3-3\cos t)$

$$\begin{cases} y = 5\sin t \\ z = 3 - 3\cos t \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} \sin t = \dfrac{y}{5} \\ \cos t = \dfrac{3-z}{3} \end{cases}$$

$$\Big\downarrow \ \sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$\left(\frac{y}{5}\right)^2 + \left(\frac{z-3}{3}\right)^2 = 1 \quad /\!/$$

問3.

Pをzx平面におろす.

$$\downarrow$$

$$R(\underbrace{4\cos t}_{x},\ 0,\ \underbrace{3-3\cos t}_{z})$$

$$\downarrow$$

$$z = 3 - 3\cdot\frac{x}{4}$$

$$\Longleftrightarrow \underline{4z + 3x = 12} \quad |x| \leqq \underline{4} \ /\!/$$

$\boxed{3}$

問1.

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad /\!/$$

$$\tan^2\frac{\pi}{24}$$

$$= \frac{1-\cos\frac{\pi}{12}}{1+\cos\frac{\pi}{12}} \times \frac{1-\cos\frac{\pi}{12}}{1-\cos\frac{\pi}{12}}$$

$$= \frac{\left(1-\cos\frac{\pi}{12}\right)^2}{\sin^2\frac{\pi}{12}}$$

$$\therefore \tan\frac{\pi}{24}$$

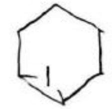
$$= \frac{1-\cos\frac{\pi}{12}}{\sin\frac{\pi}{12}}$$

$$= \frac{4-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

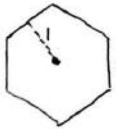
$$= \frac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})-(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{4}$$

$$= \underline{\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2} \quad /\!/$$

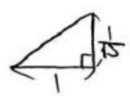
問2




$$= \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin 60^\circ \times 6 = \underline{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \quad /\!/$$




=




$$\times 12$$

$$= 1\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}\times 12$$

$$= \frac{6}{\sqrt{3}} = \underline{2\sqrt{3}} \quad /\!/$$

問3.

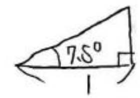
(Cに内接する正二十四角形)

$$= \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin 15^\circ \times 24$$

$$= \underline{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})} \quad /\!/$$

(Cに外接する正二十四角形)

=




$$\times 48$$

$$= 1\cdot\tan\frac{\pi}{24}\cdot\frac{1}{2}\cdot 48$$

$$= \underline{24(\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2)} \quad /\!/$$

$\boxed{4}$

問1.

$$P(a_1 = a_2 = a_3)$$

$$= 1\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \underline{\frac{1}{36}} \quad /\!/$$

問2.

$$P(a_1 > a_2 > a_3)$$

$$= \frac{{}_6C_3 \times 1}{6^3} = \underline{\frac{5}{54}} \quad /\!/$$

数字を選ぶ… ${}_6C_3$
大きい順に並べる… 1

問3

$$P(E_k)$$

$$= \frac{1\cdot {}_{k-1}C_2\cdot 3!}{6^3}$$

Kをとる… 1
1～k−1から
2枚とる… ${}_{k-1}C_2$
3枚並べる… 3!

$$= \frac{\frac{1}{2}(k-1)(k-2)}{36}$$

$$= \underline{\frac{(k-1)(k-2)}{72}} \quad /\!/$$