2019 センター数学I・A

第1問

[1]

$9a^2-6a+1=(\underline{3a-1})^2$

$A=\sqrt{(3a-1)^2}+|a+2|$
$=|3a-1|+|a+2|$

① $a>\frac{1}{3}$ のとき
$A=3a-1+a+2$
$=\underline{4a+1}$

② $-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ のとき
$A=1-3a+a+2$
$=\underline{-2a+3}$

③ $a<-2$ のとき
$A=-4a-1$

①のとき
$4a+1=2a+13$
$\therefore a=\underline{6}$

②のとき
$-2a+3=2a+13$
$\Leftrightarrow -4a=10$
$\therefore a=-\frac{5}{2}$ … NG

③のとき
$-4a-1=2a+13$
$\Leftrightarrow -6a=14$
$\therefore a=-\frac{7}{3}=\underline{\frac{-7}{3}}$

[2]

(1) p: mとnがともに奇数
$\overline{p}$: mまたはnが偶数
mが奇数ならば nは偶数 … $\underline{0}$
mが偶数ならば nは
偶奇どちらでもよい … $\underline{2}$

(2)
mとnはともに奇数 $\Leftrightarrow$ $3mn$は奇数
pはqであるための必要十分条件 … $\underline{0}$

mとnはともに奇数 $\not\Leftrightarrow$ $m+5n$は偶数
反例: $m=n=2$
pはrであるための十分条件 … $\underline{2}$

対偶で考える　反例 $m=1, n=2$
$m+5n$は奇数 $\not\Leftrightarrow$ mとnはともに奇数
反例 $m=n=1$
$\overline{p}$はrであるための何でもない … $\underline{3}$

[3]

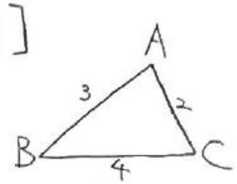
(1)
$y=\left(x+\frac{2a-b}{2}\right)^2-\frac{(2a-b)^2}{4}+\frac{4a^2+4}{4}$
$=\left(x+\frac{2a-b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{4}+ab+1$

頂点 $\left(\underline{\frac{b}{2}}-a,\ -\underline{\frac{b^2}{4}}+ab+\underline{1}\right)$

(2)
Gが$(-1,6)$を通る
$6=1-2a+b+a^2+1$
$\Leftrightarrow -a^2+2a+4=b$
$\Leftrightarrow b=-(a-1)^2+5$
$\max b=\underline{5}$　そのとき $a=\underline{1}$
このとき
Gの頂点 $\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{4}\right)$
$y=x^2$をx軸方向に $\underline{\frac{3}{2}}$、y軸方向に $\underline{\frac{-1}{4}}$ 平行移動.

第2問

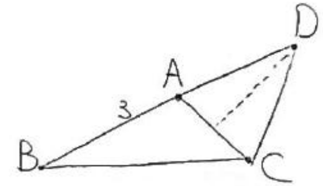
[1]



余弦定理

$\cos\angle BAC=\frac{9+4-16}{2\cdot3\cdot2}$
$=\underline{\frac{-1}{4}}$

$\angle BAC$は鈍角 … $\underline{2}$



$\cos\angle CAD=\cos(180^\circ-\angle BAC)$
$=\underline{\frac{1}{4}}$　$\therefore AD=\underline{4}$

$\triangle DBC=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\cdot3\cdot2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}+2\cdot\sqrt{15}\cdot\frac{1}{2}$
$=\underline{\frac{7\sqrt{15}}{4}}$

[2]

(1) 2013年のヒストグラム… 3

2017 〃 … 4

(2) $4, 7$

(3)

Xの偏差の平均は 0… 0

X'の平均は 0 … 0

X'の標準偏差は 1… 1

※データの標準化の話です。
標準化は平均が0，標準偏差を1にする操作です。
標準化した後の数値が
−1から1の間に収まってしまうのは
考えにくいです．元の散布図を
考慮して，データTの散布図は
2

第3問

(1)

$P(\text{赤い袋}\to\text{赤球})$
$= \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$P(\text{白い袋}\to\text{赤玉})$
$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

(2)

$P(\text{2回目が白い袋})$
$= P(\text{赤い袋}\to\text{白球})$
$+ P(\text{白い袋}\to\text{白球})$
$= \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{7}{18}$

(3)

$P = \frac{7}{18}$

$P(\text{2回目で白球})$
$= P(\text{2回目が白い袋}\to\text{白球})$
$+ P(\text{〃 赤い袋}\to\text{〃})$
$= P\cdot\frac{1}{2} + (1-P)\cdot\frac{1}{3}$
$= \frac{1}{6}P + \frac{1}{3}$
$= \frac{7}{108} + \frac{36}{108} = \frac{43}{108} = P'$ とする

同様に

$P(\text{3回目で白球})$
$= \frac{1}{6}P' + \frac{1}{3} = \frac{43}{648} + \frac{216}{648}$
$= \frac{259}{648}$

(4)

$P_{\text{2回目で白球}}(\text{2回目が白い袋})$
$= \dfrac{P\cdot\frac{1}{2}}{\frac{43}{108}} = \dfrac{\frac{21}{108}}{\frac{43}{108}} = \frac{21}{43}$

$P_{\text{3回目で白球}}(\text{3回目ではじめて白球})$
$= \dfrac{P(\text{赤球}\to\text{赤球}\to\text{白球})}{\frac{259}{648}}$
$= \frac{4}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{648}{259}$
$= \frac{88}{259}$

第4問

(1) $49x - 23y = 1$

$\Leftrightarrow 3x + 23(2x - y) = 1$

特殊解 $(x, 2x-y) = (8, -1)$

$\begin{cases} x = 23k + 8 \\ 2x - y = -3k - 1 \end{cases}$

$\downarrow$

$y = 2(23k+8) + 3k + 1$
$= 49k + 17$

x, yが自然数のとき

$\min x = 8$, $\min y = 17$

$x = 23k + 8$, $y = 49k + 17$

(2) $|\underbrace{49x}_{A} - \underbrace{23y}_{B}| = 1$

$A = 49(23k \pm 8)$
$B = 23(49k \pm 17)$

$k = 0$のとき 自然数Aは最小．

$(A, B) = (49\times 8, 23\times 17)$

$|49x - 23y| = 2$

$A = 49(23k \pm 16)$
$B = 23(49k \pm 34)$

自然数Aが最小なのは

$(A, B) = (49\times 7, 23\times 15)$

(3)

aと$a+2$の最大公約数は

1または$\underline{2}$ //

$a(a+1)(a+2)$はどんな自然数

aでも$\underline{6}$の倍数になる //

(4)

$6762 = 2 \times \underline{3} \times 7^2 \times \underline{23}$ //

$b(b+1)(b+2) = 6762k$

$= 6 \cdot 7^2 \cdot 23 \cdot k$

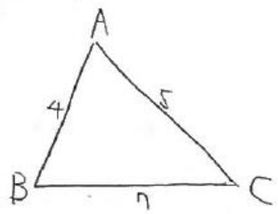
$b = 49 \times 7 = \underline{343}$ //

$b+1 = 344$

$b+2 = 23 \times 15$

としたときが最小.

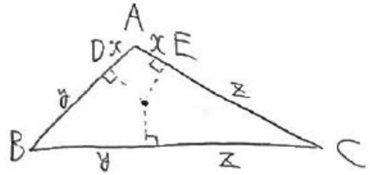
第5問



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{r}{2}(4+7+5)$

$\Leftrightarrow 8\sqrt{6} = 16r$

$\therefore\ r = \frac{\sqrt{6}}{2}$ //



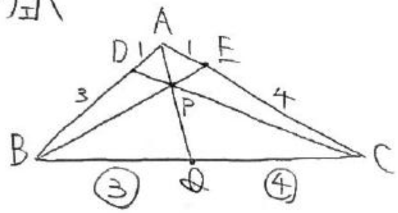
$\begin{cases} x+y=4 \\ y+z=7 \\ z+x=5 \end{cases}$　解くと　$x = AD = \underline{1}$ //

余弦定理

$DE^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{12}{5}$

$\therefore\ DE = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{5}$ //

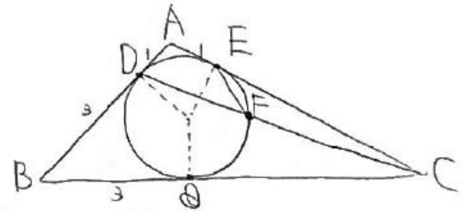
チェバ



$\frac{BQ}{CQ} = \frac{3}{4}$ //　$BQ = \underline{3}$ //

$BQ = y = 3,\ QC = z = 4$

$IQ = r = \frac{\sqrt{6}}{2}$ //



$\triangle DFE$で正弦定理

$\frac{DE}{\sin\angle DFE} = 2r = \sqrt{6}$

$\Leftrightarrow \sin\angle DFE = \frac{2\sqrt{15}}{5\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$\cos\angle DFE = \sqrt{1 - \frac{2}{5}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$= \frac{\sqrt{15}}{5}$ //