2017 帝京(医)

赤本での数学②

[1]

(1) $y=x^3-3x+2$

$y'=3x^2-3$

Aでの接線

$y=(3a^2-3)(x-a)+a^3-3a+2$

$=(3a^2-3)x-2a^3+2$

$\downarrow$ B(1,0)通る

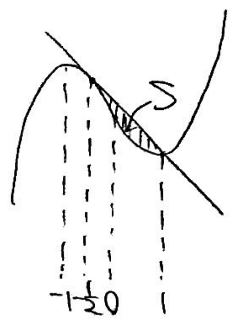
$0=-2a^3+3a^2-1$

$\Leftrightarrow 0=2a^3-3a^2+1$

$\Leftrightarrow 0=(a-1)(2a^2-a-1)$

$\therefore a=\underline{-\frac{1}{2}}$ $(a\neq 1)$

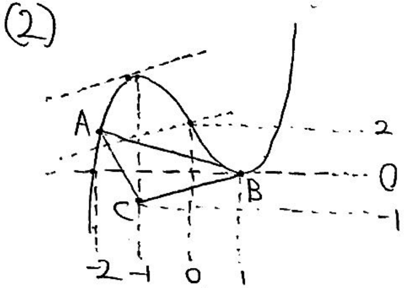
(接線の傾き) $=\underline{-\frac{9}{4}}$



$S=\frac{1}{12}\{1-(-\frac{1}{2})\}^4$

$=\frac{1}{12}\cdot\frac{81}{16}=\underline{\frac{27}{64}}$

(2)



変曲点を通る傾き $\frac{1}{2}$ の直線を多くと

$x=-2$ より小さい点で交わる.

図より $a=\underline{-2}$ で最小.

最大をとるのは

$3a^2-3=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow a^2=\frac{7}{6}$

$\therefore a=-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}=\underline{\frac{-\sqrt{42}}{6}}$ のとき

[2]

(1)

$f(\theta)$

$=1-2\sin^2\theta+\sin\theta+3$

$=-2(\sin^2\theta-\frac{1}{2}\sin\theta)+4$

$=-2(\sin\theta-\frac{1}{4})^2+\frac{33}{8}$

最大値 $\underline{\frac{33}{8}}$ そのとき $\sin\theta=\underline{\frac{1}{4}}$

(2)

(i) $a=\frac{1}{16}$, $b=64$ のとき

$t=3(-2)+5\cdot 3$

$=\underline{9}$

(ii)

$2=\log_4 a^3+\log_4 b^5$

$\Leftrightarrow \log_4 16=\log_4 a^3b^5$

$a^3b^5=a^8=2^4$

$\therefore a=b=\underline{\sqrt{2}}$

(iii)

$\log_4 a^3b^5=9=\log_4 4^9$

$\Leftrightarrow a^3b^5=4^9$

ここで $\log_4(a^3+b^5)=k$ とおくと

$a^3+b^5=4^k$

$\Leftrightarrow 4^k=a^3+\frac{4^9}{a^3}$

$\geq 2\sqrt{a^3\cdot\frac{4^9}{a^3}}$

$=2\cdot 2^9$

$=4^5$

$a^3=\frac{4^9}{a^3}$ のとき $\min k=\underline{5}$

[3]

(i)

P(abcが3の倍数)

$=1-$P(3の倍数が1回も出ない)

$=1-(\frac{4}{6})^3$

$=1-\frac{8}{27}=\underline{\frac{19}{27}}$

(ii)

P(abcが10の倍数)

$=$P(偶×2、5の目×1)

$+$P(偶×1, 5の目×2)

$+$P(偶×1, 5の目×1, 1or3の目×1)

$={}_3C_2(\frac{1}{2})^2\frac{1}{6}+{}_3C_2\frac{1}{2}(\frac{1}{6})^2$

$+3!\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{6}=\frac{8}{24}=\underline{\frac{1}{3}}$

(iii) $c=k$ のとき

$P(a+b+c<8)$

$=P(a+b+c\leq 7)$

$=\frac{1}{216}(1\times 2+3\times 7$

$+3!\times 2)$

$=\frac{1}{216}\cdot 35=\underline{\frac{35}{216}}$

組

11 1 2 3 4 5

12 2 3 4

13 3

222 3

(2)

$n=8x+7=13y+5$

$\Leftrightarrow 8x-13y=-2$

特 $x=3,\ y=2$

$\therefore x=13k+3$

$\quad y=8k+2$

$\therefore n=104k+31$

$k=10 \cdots\ n=\underline{1071}$ ← 最小

$k=95 \cdots\ n=9911$

より $10 \leqq k \leqq 95$ つまり $\underline{86}$コ

[4]

(1)

$(2+\sqrt{5})^3$

$=8+12\sqrt{5}+30+5\sqrt{5}$

$=38+17\sqrt{5}$

$\therefore \underline{x_3=38,\ y_3=17}$

(2)

$x_{k+m}+y_{k+m}\sqrt{5}$

$=(2+\sqrt{5})^{k+m}$

$=(x_k+y_k\sqrt{5})(x_m+y_m\sqrt{5})$

$=x_kx_m+5y_ky_m+(x_ky_m+x_my_k)\sqrt{5}$

$\therefore x_{k+m}=x_kx_m\underline{+5}y_ky_m$

(3)

$x_{4k}+y_{4k}\sqrt{5}$

$=(2+\sqrt{5})^{4k}$

$=(x_k+y_k\sqrt{5})^4$

$=x_k^4+{}_4C_1x_k^3\cdot y_k\sqrt{5}+{}_4C_2x_k^2 5y_k^2$

$\quad +{}_4C_3x_k 5\sqrt{5}y_k^3+25y_k^4$

$\therefore y_{4k}=\underline{4}x_k^3y_k\underline{+20}x_ky_k^3$