2017 帝京(医)
赤本での数学②

[1]

(1) $y=x^3-3x+2$

$y'=3x^2-3$

Aでの接線

$y=(3a^2-3)(x-a)+a^3-3a+2$

$=(3a^2-3)x-2a^3+2$

$\downarrow$ B(1, 0) 通る

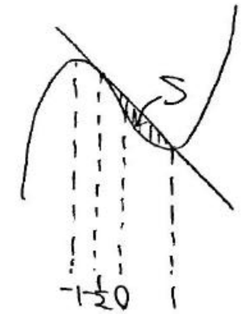
$0=-2a^3+3a^2-1$

$\Leftrightarrow 0=2a^3-3a^2+1$

$\Leftrightarrow 0=(a-1)(2a^2-a-1)$

$\therefore a=\underline{-\frac{1}{2}}$ $(a\neq 1)$

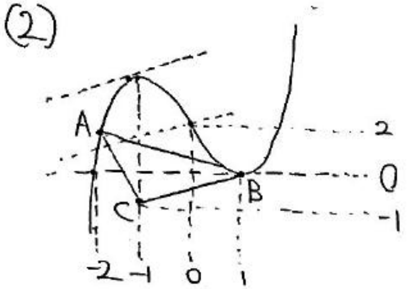
(接線の傾き) $=\underline{-\frac{9}{4}}$




$S=\frac{1}{12}\{1-(-\frac{1}{2})\}^4$

$=\frac{1}{12}\cdot\frac{81}{16}=\underline{\frac{27}{64}}$

(2)




変曲点を通る傾き $\frac{1}{2}$ の直線をおくと
$x=-2$ より小さい点で交わる.
図より $a=\underline{-2}$ で最小.
最大をとるのは

$3a^2-3=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow a^2=\frac{7}{6}$

$\therefore a=-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}=\underline{\frac{-\sqrt{42}}{6}}$ のとき

[2]

(1)

$f(\theta)$

$=1-2\sin^2\theta+\sin\theta+3$

$=-2(\sin^2\theta-\frac{1}{2}\sin\theta)+4$

$=-2(\sin\theta-\frac{1}{4})^2+\frac{33}{8}$

最大値 $\underline{\frac{33}{8}}$ そのとき $\sin\theta=\underline{\frac{1}{4}}$

(2)

(i) $a=\frac{1}{16}$, $b=64$ のとき

$t=3(-2)+5\cdot 3$

$=\underline{9}$

(ii)

$2=\log_4 a^3+\log_4 b^5$

$\Leftrightarrow \log_4 16=\log_4 a^3b^5$

$a^3b^5=a^8=2^4$

$\therefore a=b=\underline{\sqrt{2}}$

(iii)

$\log_4 a^3b^5=9=\log_4 4^9$

$\Leftrightarrow a^3b^5=4^9$

ここで $\log_4(a^3+b^5)=k$ とおくと

$a^3+b^5=4^k$

$\Leftrightarrow 4^k=a^3+\frac{4^9}{a^3}$

$\geqq 2\sqrt{a^3\cdot\frac{4^9}{a^3}}$

$=2\cdot 2^9$

$=4^5$

$a^3=\frac{4^9}{a^3}$ のとき $\min k=\underline{5}$

[3]

(i)

P(abcが3の倍数)

$=1-$P(3の倍数が1回も出ない)

$=1-(\frac{4}{6})^3$

$=1-\frac{8}{27}=\underline{\frac{19}{27}}$

(ii)

P(abcが10の倍数)

$=$P(偶×2, 5の目×1)
$+$P(偶×1, 5の目×2)
$+$P(偶×1, 5の目×1, 1か3の目×1)

$={}_3C_2(\frac{1}{2})^2\frac{1}{6}+{}_3C_2\frac{1}{2}(\frac{1}{6})^2$
$+3!\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{6}=\frac{8}{24}=\underline{\frac{1}{3}}$

(iii) $c=k$ のとき

P$(a+b+c<8)$

$=$P$(a+b+c\leqq 7)$

$=\frac{1}{216}(1\times 2+3\times 7$
$+3!\times 2)$

$=\frac{1}{216}\cdot 35=\underline{\frac{35}{216}}$

組
11 1 2 3 4 5
12 2 3 4
13 3
222 3

(2)

$n = 8x + 7 = 13y + 5$

$\Leftrightarrow 8x - 13y = -2$

特 $x = 3,\ y = 2$

$\therefore x = 13k + 3$

$y = 8k + 2$

$\therefore n = 104k + 31$

$k = 10 \cdots\ n = \underline{1071}_{//}$ ← 最小

$k = 95 \cdots\ n = 9911$

より $10 \leqq k \leqq 95$ つまり $\underline{86コ}_{//}$

[4]

(1)

$(2+\sqrt{5})^3$

$= 8 + 12\sqrt{5} + 30 + 5\sqrt{5}$

$= 38 + 17\sqrt{5}$

$\therefore \underline{x_3 = 38,\ y_3 = 17}_{//}$

(2)

$x_{k+m} + y_{k+m}\sqrt{5}$

$= (2+\sqrt{5})^{k+m}$

$= (x_k + y_k\sqrt{5})(x_m + y_m\sqrt{5})$

$= x_k x_m + 5y_k y_m + (x_k y_m + x_m y_k)\sqrt{5}$

$\therefore x_{k+m} = x_k x_m + \underline{5y_k y_m}_{//}$

(3)

$x_{4k} + y_{4k}\sqrt{5}$

$= (2+\sqrt{5})^{4k}$

$= (x_k + y_k\sqrt{5})^4$

$= x_k^4 + {}_4C_1 x_k^3 \cdot y_k\sqrt{5} + {}_4C_2 x_k^2 5 y_k^2$

$+ {}_4C_3 x_k 5\sqrt{5} y_k^3 + 25 y_k^4$

$\therefore y_{4k} = \underline{4}_{//} x_k^3 y_k + \underline{20}_{//} x_k y_k^3$