2017 昭和大学医 I期

$\boxed{1}$

(1)

(1-1)

(与式)

$= 1+\xi+\xi^2+\cdots+\xi^{n-1}+1$

$= \dfrac{1-\xi^n}{1-\xi}+1$

$= \underline{1}$

(1-2)

(1-1)より

$1+\xi+\xi^2+\cdots+\xi^{n-1}+\underbrace{\xi^n}_{1}=1$

$\Leftrightarrow \xi+\xi^2+\cdots+\xi^{n-1}=-1$

$\Leftrightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\cos\frac{2k\pi}{n}+i\sum_{k=1}^{n-1}\sin\frac{2k\pi}{n}=-1$

$\therefore$ ① $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\cos\frac{2k\pi}{n}=\underline{-1}$

② $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\sin\frac{2k\pi}{n}=\underline{0}$

(2)

$\vec{b}=\vec{a_1}+\vec{c}$

$\Leftrightarrow \vec{c}=\vec{b}-\vec{a_1}$

$\downarrow$

$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a_1}\cdot\vec{a}=0$

$\downarrow$ $\vec{a_1}=s\vec{a}$ とする

$s|\vec{a}|^2=\vec{a}\cdot\vec{b}$

$\therefore s=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}$

$\therefore \underline{\vec{c}=\vec{b}-\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\vec{a}}$

(3) $y=\dfrac{3^x+3^{-x}}{2}$ ……①

$\Leftrightarrow 2y=3^x+3^{-x}$

$\Leftrightarrow 0=(3^x)^2-2y\cdot3^x+1$

$\Leftrightarrow 3^x=y\pm\sqrt{y^2-1}$ ……②

ここで①で(相加平均)≧(相乗平均)

より $y\geqq\sqrt{3^x\cdot3^{-x}}=1$

なので改めて②は

$3^x=y+\sqrt{y^2-1}$

$\Leftrightarrow x=\log_3(y+\sqrt{y^2-1})$

まだ逆関数になっていないので

xとyを入れかえれば逆関数は

$\underline{y=\log_3(x+\sqrt{x^2-1}),\ x\geqq1}$

$\boxed{2}$

(1) 偶数を○, 奇数を×とする

$P(M_4=0)$

$=P(\times\bigcirc\times\sim)+P(\times\times\sim\sim)$

$=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{4}=\underline{\dfrac{3}{8}}$

$P(M_4=1)$

$=P(\bigcirc\times\bigcirc\times)+P(\bigcirc\times\times\sim)$

$+P(\times\bigcirc\bigcirc\times)+P(\times\bigcirc\times\bigcirc)$

$=\dfrac{1}{16}\cdot4=\underline{\dfrac{1}{4}}$

$P(M_4=2)$

$=P(\bigcirc\bigcirc\times\sim)+P(\bigcirc\times\bigcirc\bigcirc)$

$+P(\times\bigcirc\bigcirc\bigcirc)$

$=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{16}\cdot2=\underline{\dfrac{1}{4}}$

$P(M_4=3)$

$=P(\bigcirc\bigcirc\bigcirc\times)=\underline{\dfrac{1}{16}}$

$P(M_4=4)=P(\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc)=\underline{\dfrac{1}{16}}$

(2)

T_nは$n-1$回までで所持金が0万と1万を通過した回数.

$P(T_4=0)$

$=P(M_4=0)=\underline{\dfrac{3}{8}}$

$P(T_4=1)$

$=P(\bigcirc\bigcirc\bigcirc\sim)+P(\bigcirc\bigcirc\times\bigcirc)$

$+P(\times\bigcirc\bigcirc\bigcirc)$

$=\underline{\dfrac{1}{4}}$

$P(T_4=2)$

$=P(\bigcirc\bigcirc\times\times)+P(\bigcirc\times\times\sim)$

$+P(\times\bigcirc\bigcirc\times)$

$=\underline{\dfrac{1}{4}}$

$P(T_4=3)$

$=P(\bigcirc\times\bigcirc\bigcirc)=\underline{\dfrac{1}{16}}$

$P(T_4=4)$

$=P(\bigcirc\times\bigcirc\times)=\underline{\dfrac{1}{16}}$

(3)

明らかに$P(M_5=0)=P(T_5=0)$

$P(M_5=1)$

$=\underbrace{\tfrac{1}{2}}_{\text{最初に○}}P(M_4=0)+\underbrace{\tfrac{1}{2}}_{\text{最初に×}}P(M_4=2)$

$=\underbrace{\tfrac{1}{2}}_{\text{最初に○}}P(T_4=0)+\underbrace{\tfrac{1}{2}}_{\text{最初に×}}P(T_4=2)$

$=\frac{1}{2}P(T_4=0)+\frac{1}{8}$

$=\frac{1}{2}P(T_4=0)+P(\times\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc)$

$+P(\times\bigcirc\bigcirc\bigcirc\times)+P(\times\times\bigcirc\bigcirc\bigcirc)$

$+P(\times\bigcirc\times\bigcirc\bigcirc)$

$=P(T_5=1)$

$P(M_5=2)$

$=\frac{1}{2}P(M_4=1)+\frac{1}{2}P(M_4=3)$

$=\frac{5}{32}$

$=P(\bigcirc\bigcirc\times\times\times)+P(\bigcirc\times\times\times\sim)$

$+P(\bigcirc\times\times\bigcirc\times)+P(\times\bigcirc\bigcirc\times\times)$

$=P(T_5=2)$

$P(M_5=3)$

$=\frac{1}{2}P(M_4=2)+\frac{1}{2}P(M_4=4)$

$=\frac{5}{32}$

$=P(\bigcirc\times\bigcirc\bigcirc\sim)+P(\bigcirc\bigcirc\times\times\bigcirc)$

$+P(\bigcirc\times\times\bigcirc\bigcirc)+P(\times\bigcirc\bigcirc\times\bigcirc)$

$=P(T_5=3)$

$P(M_5=4)$

$=P(\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\times)$

$=\frac{1}{32}$

$=P(\bigcirc\times\bigcirc\times\times)$

$=P(T_5=4)$

$P(M_5=5)$

$=P(\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc)$

$=\frac{1}{32}$

$=P(\bigcirc\times\bigcirc\times\bigcirc)$

$=P(T_5=5)$

以上より

$\underline{P(M_5=k)=P(T_5=k)}$ //

$\boxed{3}$

(1)

(1-1) $a_3=\dfrac{1+a_2}{a_1}=\dfrac{2018}{2016}$

$a_4=\dfrac{1+a_3}{a_2}$

$=\dfrac{2016+2018}{2016\cdot2017}$

$a_5=\dfrac{1+a_4}{a_3}$

$=\dfrac{1+\frac{2016+2018}{2016\cdot2017}}{\frac{2018}{2016}}$

$=\dfrac{2016\cdot2017+2016+2018}{2017\cdot2018}$

$=\dfrac{2016\cdot2018+2018}{2017\cdot2018}$

$=\underline{1}$ //

(1-2)

$a_6=\dfrac{1+a_5}{a_4}$

$=2\cdot\dfrac{2016\cdot2017}{2016+2018}$

$=2016$

以上よりa_nはnを5で割った余り

により分類できる.

$a_{2017}=a_2=\underline{2017}$ //

(2)

(2-1) $E(X)$

$=\sum_{k=1}^{4}k\cdot P(X=k)$

$=1\cdot\underbrace{P(X=1)}_{0}+2\cdot\dfrac{{}_5C_2\cdot{}_2C_2}{{}_7C_4}$

$+3\cdot\dfrac{{}_5C_3\cdot{}_2C_1}{{}_7C_4}+4\cdot\dfrac{{}_5C_4\cdot{}_2C_0}{{}_7C_4}$

$=\dfrac{20+60+20}{35}$

$=\underline{\dfrac{20}{7}}$ //

(2-2) $V(X)$

$=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\dfrac{40+180+80}{35}-\dfrac{400}{49}$

$=\dfrac{2100-2000}{245}$

$=\underline{\dfrac{20}{49}}$ //

$\boxed{4}$

(1)

a^7+b^7

$=a^7-(-b)^7$

$=\underbrace{\{a-(-b)\}}_{1}\{a^6+a^5(-b)+a^4(-b)^2+a^3(-b)^3$
$+a^2(-b)^4+a(-b)^5+(-b)^6\}$

$=a^6+b^6$
$-ab(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$

ここで

$\underbrace{(a+b)^2}_{1}-2ab=\underbrace{a^2+b^2}_{3}$

$\therefore ab=-1$

$=a^6+b^6+a^4+b^4-\underbrace{ab}_{-1}(a^2-ab+b^2)$

$=(a^2+b^2)^3-3a^2b^2(a^2+b^2)$
$+(a^2+b^2)^2-2a^2b^2+a^2+b^2-ab$

$=27-9+9-2+3+1$

$=\underline{29}$ //

(2)

$X^3-Y^3=(X-Y)(X^2+XY+Y^2)$

$\downarrow X=(k+1)^{\frac{1}{3}},\ Y=k^{\frac{1}{3}}$

$1=(X-Y)(X^2+XY+Y^2)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{X^2+XY+Y^2}=X-Y$

より

(与式)

$=\sum_{k=1}^{215}\{(k+1)^{\frac{1}{3}}-k^{\frac{1}{3}}\}$

$=216^{\frac{1}{3}}-1=\underline{5}$ //

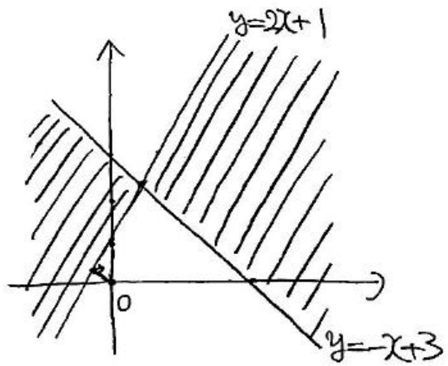
(3)

両辺−1倍

$y^2-(4+x)y-2x^2+5x+3\leqq 0$

$\Leftrightarrow y^2-(4+x)y-(2x+1)(x-3)\leqq 0$

$\Leftrightarrow (y-2x-1)(y+x-3)\leqq 0$



$\min(x^2+y^2)$

$=(y=2x+1$ と原点の距離の2乗$)$

$=\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2=\underline{\dfrac{1}{5}}$ //

(4)

$f'(x)=1-a\sin x$

$f'(x)=0$ をみたす x を α とする.

$(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$.

$1-a\sin\alpha=0$

$\therefore \sin\alpha=\dfrac{1}{a}$

x	$0\cdots\alpha\cdots\pi-\alpha\cdots2\pi$
$f'(x)$	$+\ +\ 0\ -\ \ 0\ +$
$f(x)$	$\nearrow\ \searrow\ \nearrow$

$f(\pi-\alpha)=\pi-\alpha-a\cos\alpha$

$=\pi-\alpha-a\dfrac{\sqrt{a^2-1}}{a}=1$

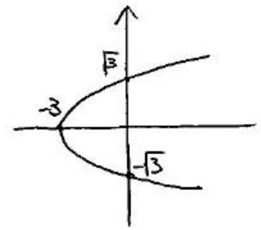
$\therefore \alpha=\pi-1-\sqrt{a^2-1}$

$f(\alpha)=\alpha+a\cos\alpha$

$=\pi-1-\sqrt{a^2-1}+\sqrt{a^2-1}$

$=\underline{\pi-1}$ //

(5)



$y=\pm\dfrac{(x+3)^{\frac{3}{2}}}{3}$

$y'=\pm\dfrac{1}{2}(x+3)^{\frac{1}{2}}$

周

$=2\int_{-3}^{0}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx+2\sqrt{3}$

$=2\int_{-3}^{0}\sqrt{1+\frac{1}{4}(x+3)}\,dx+2\sqrt{3}$

$=\int_{-3}^{0}(x+7)^{\frac{1}{2}}dx+2\sqrt{3}$

$=\left[\dfrac{2}{3}(x+7)^{\frac{3}{2}}\right]_{-3}^{0}+2\sqrt{3}$

$=\dfrac{2}{3}\cdot7^{\frac{3}{2}}-\dfrac{2}{3}\cdot8+2\sqrt{3}$

$=\underline{\dfrac{14}{3}\sqrt{7}-\dfrac{16}{3}+2\sqrt{3}}$ //