2017 近畿大(医)(一般前期)

$\boxed{1}$

(1)

6つの数字からAを塗る3つを選べばいい. Bを塗るのは1通り.

$_6C_3 \times 1 = \underline{20通り}$

6つの数字からAを塗る2つ, Bを塗る2つを選ぶ. Cを塗るのは1通り.

$_6C_2 \times {}_4C_2 \times 1 = \underline{90通り}$

(2)

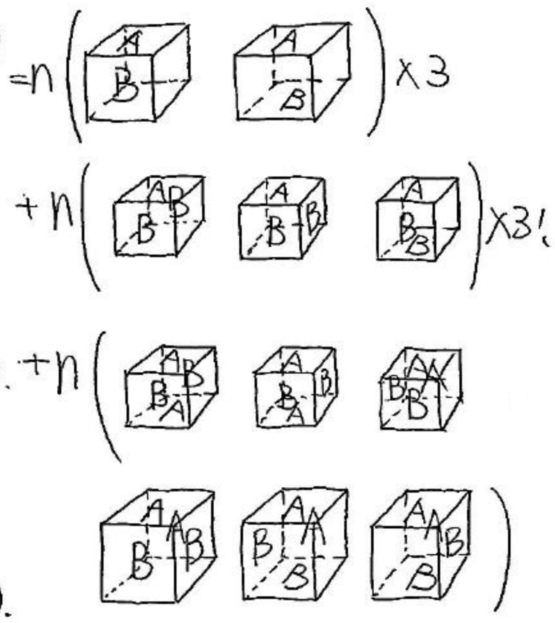
n(2色)

$= n$(A1枚, B5枚) $+ n$(A5枚, B1枚) $+ n$(A2枚, B4枚) $+ n$(A2枚, B4枚) $+ n$(A3枚, B3枚)

$= 1+1+2+2+2 = \underline{8通り}$

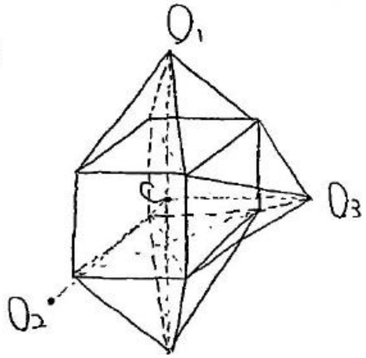
n(3色)

$= n$(A1枚, B1枚, C4枚) $\times 3$ $+ n$(A1枚, B2枚, C3枚) $\times 3!$ $+ n$(A2枚, B2枚, C2枚)



$= 2\times 3 + 3\times 3! + 6 = \underline{30通り}$

(3)



$\triangle O_1O_2O_3$ を8倍すればいい.
立方体の中心をCとしたとき

$O_1O_2 = \left\{\frac{1}{2} + \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}\right\}\sqrt{2}$

$= \frac{\sqrt{2}+2}{2}$

(Pの表面積) $= \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)^2 \sin 60^\circ \times 8$

$= 2\sqrt{3}\,\frac{6+4\sqrt{2}}{4} = \underline{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}$

(Pの体積)

$=$ 三角錐 $O_1CO_2O_3 \times 8$

$= \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \frac{1}{3} \times 8$

$= \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)^3 \frac{4}{3}$

$= \frac{1+3\sqrt{2}+6+2\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{4}{3}$

$= \underline{\frac{7+5\sqrt{2}}{6}}$

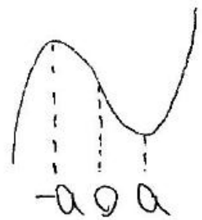
$\boxed{2}$

$f(x) = x^3 - 3a^2x + 2a^3$

$f'(x) = 3x^2 - 3a^2$

$= 3(x+a)(x-a)$

(1)



x	$\cdots$ $-a$ $\cdots$ a $\cdots$
$f'(x)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$
$f(x)$	$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

$m_1 = f(a)$

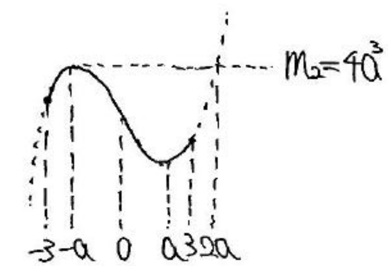
$= a^3 - 3a^3 + 2a^3 = \underline{0}$ $(x=a)$

$m_2 = f(-a)$

$= -a^3 + 3a^3 + 2a^3$

$= \underline{4a^3}$ $(x=-a)$

(2)



$f(2a) = 4a^3 = m_2$ となる.

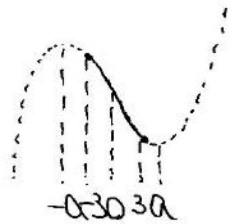
図より $M(a) = m_2$ となる a の範囲は

$a \leqq 3 \leqq 2a$

$\therefore \underline{\frac{3}{2} \leqq a \leqq 3}$

(3)

(i) $a \geqq 3$ のとき



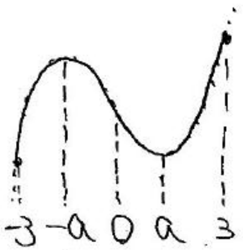
$M(a) = f(-3)$

$= 2a^3 + 9a^2 - 27$

(ii) $\frac{3}{2} \leqq a \leqq 3$ のとき

$M(a) = m_2 = 4a^3$

(iii) $0<a\leqq\frac{3}{2}$ のとき



$M(a)=f(3)$

$=2a^3-9a^2+27$

以上より

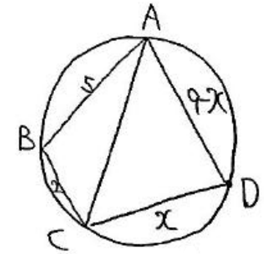
$$M(a)=\begin{cases}2a^3-9a^2+27 & (0<a\leqq\frac{3}{2})\\ 4a^3 & (\frac{3}{2}\leqq a\leqq 3)\\ 2a^3+9a^2-27 & (a\geqq 3)\end{cases}$$

$$M'(a)=\begin{cases}\underbrace{6a^2-18a}_{<0} & (0<a\leqq\frac{3}{2})\\ \underbrace{12a^2}_{>0} & (\frac{3}{2}\leqq a\leqq 3)\\ \underbrace{6a^2+18a}_{>0} & (a\geqq 3)\end{cases}$$

以上より $0<a\leqq\frac{3}{2}$ で単調減少, $a\geqq\frac{3}{2}$ で単調増加より, $a=\frac{3}{2}$ で最小. つまり

$M(\frac{3}{2})=4\frac{27}{8}=\frac{27}{2}$ $(a=\frac{3}{2})$ //

3



(1)

余

$\cos B=\frac{5^2+2^2-14}{2\cdot5\cdot2}$

$=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

$\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}5\cdot2\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{5\sqrt{7}}{4}$ //

(2)

$\triangle ABC, \triangle ACD$ に 余

$$\begin{cases}AC^2=25+4-2\cdot5\cdot2\cos B\\ AC^2=x^2+(9-x)^2-2x(9-x)(-\cos B)\end{cases}$$

$\downarrow$

$29-20\cos B=2x^2-18x+81$
$+(18x-2x^2)\cos B$

$\Leftrightarrow (-2x^2+18x-52)$
$=(-2x^2+18x+20)\cos B$

$\Leftrightarrow \cos B=\frac{x^2-9x+26}{x^2-9x-10}$

$\downarrow$

$-1<\frac{x^2-9x+26}{x^2-9x-10}<1$ $\quad \times\underbrace{(x^2-9x-10)}_{<0}$

$\Leftrightarrow x^2-9x-10<x^2-9x+26<-x^2+9x+10$

$\downarrow$

$2x^2-18x+16<0$

$\Leftrightarrow x^2-9x+8<0$

$\therefore$ $1<x<8$ //

(3)

四角形ABCDの面積を $f(x)$ とおく.

$f(x)$

$=\frac{1}{2}5\cdot2\sin B+\frac{1}{2}x(9-x)\sin D$

$=\left(\frac{1}{2}\sin B\right)(-x^2+9x+10)$

$=\frac{1}{2}\sqrt{1-\cos^2 B}\ (-x^2+9x+10)$

$=\frac{1}{2}\sqrt{(-x^2+9x+10)^2-(x^2-9x+26)^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{36(-2x^2+18x-16)}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{72(-x^2+9x-8)}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{72\{-(x-\frac{9}{2})^2+\frac{81}{4}-\frac{32}{4}\}}$

$x=\frac{9}{2}$ のとき

$\max f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{72\cdot\frac{49}{4}}$

$=\frac{7}{2}\sqrt{18}$

$=\frac{21}{2}\sqrt{2}$ //