2014 岩手医科大(医)

第1問

問1

n(正三角形)

$= \underline{6}$

P(正三角形)

$= \dfrac{6}{6^3} = \underline{\dfrac{1}{36}}$

問2

P(直角三角形)

$= \dfrac{3!}{6^3}$ ← $\boxed{345\text{の順列}}$

$= \underline{\dfrac{1}{36}}$

問3

P(二等辺三角形)

$= P$(正三角形)

$+ P$(二等辺だが正三角形でない)

$\boxed{\text{二等辺の和が残りの辺より大きい}}$

$= \dfrac{1}{36} + \dfrac{(5+5+5+4+2)\times 3}{216}$ ← 並べ方

(6.6.5)	(4.4.6)	(2.2, 3)
5	5	5
(6.6.1)	(4.4.1)	(2.2.1)
(5.5.6)	(3.3.5)	二等辺だが
5	5	正三角形でない組
(5.5.1)	(3.3.1)	

$= \dfrac{6+63}{216} = \underline{\dfrac{23}{72}}$

問4

P($a<b<c$で三角形できる)

$= P(a<b<c \cap a+b>c)$

a	b	c
2	3	4
	4	5
	5	6
3	4	5
		6
	5	6
4	5	6

これしかない。

$= \dfrac{7}{6^3} = \underline{\dfrac{7}{216}}$

第2問

問1. $x^2 - \dfrac{1}{x} - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 - 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = \underline{-1},\ \underline{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}}\ (x<0)$

問2.

接点 $(t, t^2 - \frac{1}{t} - 2)$ とすると

$l: y = (2t + \frac{1}{t^2})(x - t) + t^2 - \frac{1}{t} - 2$

$= (2t + \frac{1}{t^2})x - t^2 - \frac{2}{t} - 2$

↓ $(0, -5)$ を通る

$-5 = -t^2 - \frac{2}{t} - 2$

$\Leftrightarrow t^3 - 3t + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (t-1)(t^2 + t - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (t-1)^2(t+2) = 0$

$\therefore t = -2\ (\because t<0)$

$\therefore \underline{R(-2, \frac{5}{2})}$

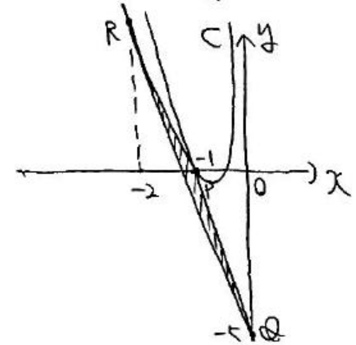
$l: \underline{y = -\frac{15}{4}x - 5}$

問3.

$P(-1, 0), Q(0, -5)$

$PQ: \underline{y = -5x - 5}$

問4.



(面積)

$= \int_{-2}^{-1} \{C - l\} dx + \int_{-1}^{0} \{PQ - l\} dx$

$= \int_{-2}^{-1} (x^2 - \frac{1}{x} - 2) dx$

$+ \int_{-1}^{0} (-5x - 5) dx$

$+ \int_{-2}^{0} (\frac{15}{4}x + 5) dx$

$= \left[\frac{1}{3}x^3 - \log|x| - 2x\right]_{-2}^{-1}$

$+ \left[-\frac{5}{2}x^2 - 5x\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{15}{8}x^2 + 5x\right]_{-2}^{0}$

$= -\frac{1}{3} + 2 - (-\frac{8}{3} - \log 2 + 4)$

$-(-\frac{5}{2} + 5) - (\frac{15}{2} - 10)$

$= \frac{7}{3} + 3 - 5 + \log 2$

$= \underline{\frac{1}{3} + \log 2}$

第3問

問1.

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}4\\-3\\5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=5$, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=0$

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

問2.

$$\cos\angle CAB=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}$$

$$=\frac{5}{5\cdot 3}=\frac{1}{3}$$

問3.

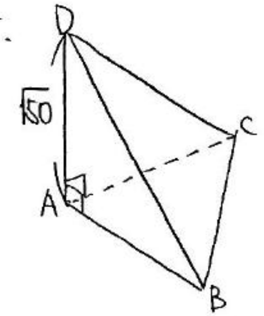
$\triangle ABC$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{25\cdot 9-25}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{25\cdot 4\cdot 2}=5\sqrt{2}$$

問4.



(四面体ABCD)

$$=5\sqrt{2}\times\sqrt{50}\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{50}{3}$$

$\boxed{\text{もし平面ABC}\perp\text{ADに気が付かなかったら}}$

平面ABC: $z=ax+by+c$

$\downarrow$ A, B, C を代入

$$\begin{cases}2=b+c\\2=3a+5b+c\\4=-a+3b+c\end{cases}$$

$\downarrow$

$a=-\frac{4}{5}$, $b=\frac{3}{5}$, $c=\frac{7}{5}$

$\therefore z=-\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}y+\frac{7}{5}$

$\Leftrightarrow 0=-4x+3y-5z+7$

$\downarrow$

Dと平面ABCの距離 h は

$$h=\frac{|-16-6-35+7|}{\sqrt{16+9+25}}$$

$$=\frac{|-50|}{\sqrt{50}}$$

$$=\sqrt{50}$$

これで求めてもよい。